## Exercice n° 1

Dans la figure page 3 , $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ est un repère orthonormé , $(\mathscr{C}_f)$ est la courbe représentative d'une fonction $f$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

- La droite $\Delta'$ : $y = -1$ est une asymptote à $(\mathscr{C}_f)$au voisinage de $+\infty$;
- La droite $\Delta''$ : $x = 1$ est une asymptote à $(\mathscr{C}_f)$
- La droite $\Delta$ : $y = -x$ est une asymptote à $(\mathscr{C}_f)$au voisinage de au voisinage de $-\infty$
- La courbe $\mathscr{C}_f$ admet une tangente horizontale au point $A(4, 0)$

**1** a) Par lecture graphique déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) + x$

b) Déterminer $f'(2)$ , $f'(4)$, $\lim\limits_{x\to5^+} \dfrac{f(x)-1}{x-5}$ et $\lim\limits_{x\to5^-} \dfrac{f(x)-1}{x-5}$.

c) Donner une approximation affine de $f(1.9)$

**2** Soit la fonction $g$ définie par $g(x) = x^2 f(x)$

a) Déterminer $f'_d(-1)$ et $f'_g(-1)$.La fonction $f$ est elle dérivable en $-1$?

b) Etudier la dérivabilité de $g$ en $-1$ .interpréter géométriquement

**3** Soit la fonction $h$ définie par $\begin{cases} h(x) = f(x) & : x \geq 2 \\ h(x) = \dfrac{-1}{6}x - \dfrac{11}{3} + \sqrt{x^2+5} & : x < 2 \end{cases}$

a) Montrer que $h$ est dérivable en 1

b) Donner l'équation de la tangente à $C_h$ au point d'abscisse 1

## Exercice n° 2

- A) Soit la fonction définie par $f$ définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x^2+4x} + x + 2$

**1** Montrer que la droite $\Delta$: $y = 2x + 4$ est une asymptote à la courbe de $f$

**2** a) Etudier la dérivabilité de $f$ à droite en 0.

b) Montrer que $f$ est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que $f'(x) = \dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+4x}} + 1$

c) Déterminer le réel $a$ de $]0, +\infty[$ tels que la tangente à $Cf$ soit parallèle à la droite $D$ $y = (\sqrt{2}+1)x - 1$

d) Soit $A(0, 1)$ et$B(m, \sqrt{2})$ ou m est paramètre réel non nul .Déterminer $m$ pour que la droite $(AB)$ soit perpendiculaire à la tangente $T$

- B) Soit la fonction $g$ définie par $\begin{cases} g(x) = \sqrt{x^2+4x} + x + 2 & : x \geq 0 \\ g(x) = 2 - x\sqrt{1 - \dfrac{2}{x}} & : x < 0 \end{cases}$.

**1** Montrer que la droite $\Delta$ :$y = -x + 3$ est une asymptote oblique à la courbe de $g$ au voisinage de $-\infty$

**2** a) Montrer que $g$ est continuité en 0.

b) Etudier la dérivabilité de $g$ en 0; Interpréter graphiquement les résultats

**3** Montrer que $g$ est dérivable sur $]-\infty,0[$ et que pour tout réel $x\in]-\infty,0[$ on a $g'(x)=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$

## Exercice n° 3

Soit $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ est un repère orthonormé direct du plan orienté, soit $\theta\in]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[$.

**1** Soient $A(1,-\sqrt{3})$ et B le point tel que $OA=2OB$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}}\right)\equiv\frac{\pi}{4}\,[2\pi]$.

a) Déterminer les coordonnées polaires du point A et construire les points A et B.

b) Déterminer les coordonnées polaires du point B.

c) Calculer $cos(\frac{\pi}{12})$ et $sin(\frac{\pi}{12})$ et en déduire les coordonnées cartésiennes du point B.

**2** Soient les points $M(-cos\theta,sin\theta)$ et $N(sin2\theta,cos2\theta)$ .

a) Déterminer les coordonnées polaires des points M et N.

b) Déterminer une mesure $\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right)$ en fonction de $\theta$

c) Déterminer $\theta$ tels que le triangle OMN soit équilatéral direct.

## Exercice n° 4

**1** a) Montrer que pour réel $x$ on a $\sqrt{3}cos(2x)-sin(2x)=4cos^2(x+\frac{\pi}{12})-2$

b) En déduire que $cos(\frac{\pi}{12})=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

**2** On pose pour tout $x\in]\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}[\setminus\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$ par $A(x)=\dfrac{cos(x)+sin(x)}{cos(x)-sin(x)}$

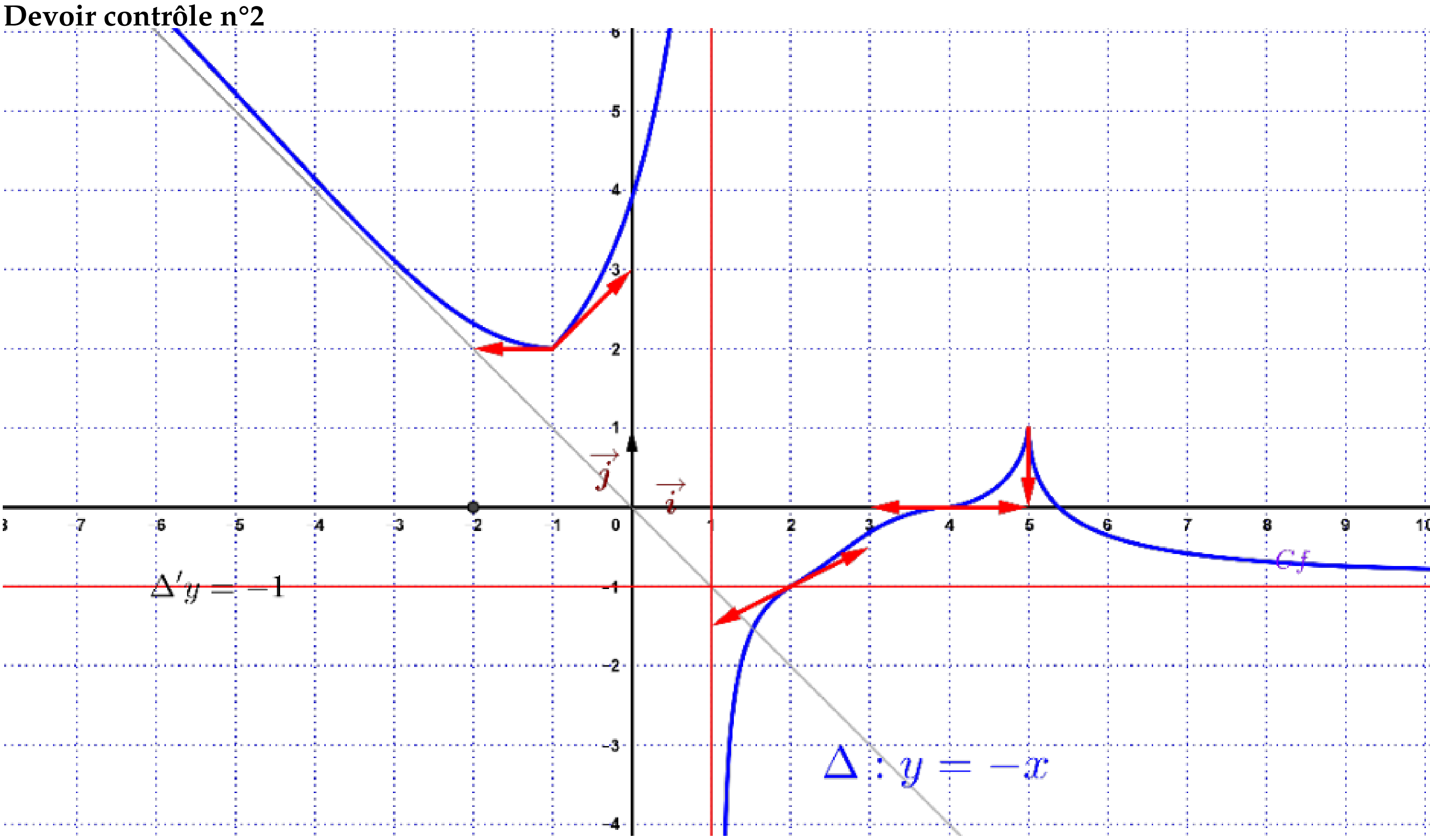
a) Montrer que $A(x)=tan(x+\frac{\pi}{4})$

b) Montrer alors que $tan(\frac{\pi}{12})=2-\sqrt{3}$

**3** a) Montrer que pour tout $x\in]\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}[\setminus\left\{\frac{\pi}{4},\frac{-\pi}{4}\right\}$ on a $A(x)=\dfrac{1+sin(2x)}{cos(2x)}$

b) Résoudre dans $]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$ on a $1+sin(2x)=\sqrt{3}cos(2x)$

**4** Résoudre dans $]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$ on a $(2-\sqrt{3})cos(2x)+sin(2x)=1$


$\Delta' y = -1$
$\Delta : y = -x$
$Cf$